

Aufgabe 4: 77-Eck

Eine aus 27 Kindern bestehende Schulklasse besucht einen Freizeitpark. Eine der Attraktionen ist ein regelmäßiges 77-Eck, in dessen Ecken jeweils ein steinerner Turm mit nur einem Fenster steht. Die Mauern sind dick und die Fenster so schmal, dass man daraus von allen anderen Türmen nur die Fenster der 26 Türme sehen kann, die am weitesten entfernt sind.

Die Kinder verteilen sich auf beliebige 27 der 77 Türme.

Man beweise, dass es stets zwei Kinder gibt, die sich gegenseitig sehen können.

Tipp: Recherchieren Sie das Schubfachprinzip.

19. Mathematik-Wettbewerb 2022/2023

für die Qualifikationsphase

1. Runde

Abgabeschluss: Montag, 19.09.2022

Den Platzierten winken:
Siegerurkunden, Sachpreise,
Vorentscheidung für die Teilnahme an der Landesolympiade Mathematik

Teilnahmebedingungen

Teilnahmeberechtigt sind alle Schülerinnen und Schüler der Qualifikationsphase (11, 12, ggf. 13) an Schulen im Rhein-Kreis Neuss.

- Für jede Aufgabe ist ein gesondertes Blatt zu verwenden.
- Auf jedem Blatt ist der Name deutlich lesbar einzutragen.
- Am linken Blattrand ist ein Rand von 4 cm für Korrekturen freizuhalten.
- Schicke deine Lösungen auch ein, wenn du nicht alle Aufgaben vollständig gelöst hast.
- Jede Einsendung muss mit der unterschriebenen Erklärung versehen sein, dass alle Aufgaben selbstständig gelöst wurden.
- Einer Veröffentlichung des Namens in der Presse wird zugestimmt.

Bei der Bewertung der Lösungen wird darauf geachtet, dass wesentliche Zwischenschritte aufgeführt und begründet werden. Die Angabe eines Zahlenwertes allein genügt nicht als Lösung. Schwer lesbare Arbeiten können von der Bewertung ausgeschlossen werden.

Nach Korrektur und Auswertung werden die erfolgreichen Schülerinnen und Schüler der ersten Runde den Schulen mitgeteilt und zu einer Klausur (Samstag, 12.11.2022) eingeladen, in der dann die Preisträger ermittelt werden.

Die eingereichten Arbeiten gehen in das Eigentum des Wettbewerbs über, die Rückgabe der korrigierten Arbeiten ist ausgeschlossen. Daher empfiehlt es sich, vor Abgabe eine Kopie anzufertigen.

Die Korrekturentscheidung ist endgültig und unterliegt nicht dem Rechtsweg. Die Entscheidung über das Abschneiden des Teilnehmers bedarf keiner Begründung gegenüber dem Teilnehmer oder seinen Erziehungsberechtigten. Den Teilnehmern werden die an sie vergebenen Punkte nicht mitgeteilt.

Die Zuschriften (Umschlag DIN A4) können bei der Kreisverwaltung Neuss im Servicecenter des Kreishauses Neuss, Oberstraße 91, abgegeben oder ausreichend frankiert eingesandt werden.

Viel Erfolg!

Abgabe der Lösungen

Bitte füllen Sie den nachstehenden Abschnitt in DRUCKBUCHSTABEN aus und senden diesen mit der Lösung an den Rhein-Kreis Neuss, Amt für Schulen und Kultur, Kennwort "Mathematik-Wettbewerb", Oberstraße 91, 41460 Neuss. Oder Sie geben die Unterlagen einfach im Servicecenter des Kreishauses Neuss, Oberstraße 91, ab.

Abgabeschluss: 19.09.2022

Absender:

Name: _____ Vorname: _____

Straße: _____ PLZ/Ort: _____

E-Mail: _____

Schule: _____ Klasse: _____

Sofern eine Emailadresse angegeben wird, erfolgen alle weiteren Informationen zum Wettbewerb per E-Mail.

Aufgabe 1: Teilbarkeit

- a) Ermitteln Sie die kleinste positive ganze Zahl z , für die sowohl z als auch die Quersumme $Q(z)$ durch 2, durch 3 und durch 5 teilbar sind.
- b) Ermitteln Sie die kleinste positive ganze Zahl z , für die sowohl z als auch die Quersumme $Q(z)$ durch 2, durch 3, durch 4 und durch 5 teilbar sind.

Aufgabe 2: Quadrat im Halbkreis

In einen Halbkreis mit Mittelpunkt M über dem Durchmesser \overline{UV} mit $|\overline{UV}| = 12$ sei ein Quadrat $ABCD$ eingezeichnet, wobei A und B auf dem Durchmesser sowie C und D auf dem Halbkreis liegen. Weiter sei ein Quadrat $BEFG$ eingezeichnet, wobei B zwischen M und E auf dem Durchmesser \overline{UV} , F auf dem Halbkreis und G auf der Strecke \overline{BC} liegen.

- a) Konstruieren Sie eine solche Figur und begründen Sie Ihr Vorgehen.
- b) Bestimmen Sie den Flächeninhalt A_{ABCD} des Quadrats $ABCD$.
- c) Zeigen Sie, dass $A_{ABCD} = 4 \cdot A_{BEFG}$ gilt.

Hinweis: Die Zeichnung darf auch mit Hilfe eines geeigneten Computerprogramms angefertigt werden.

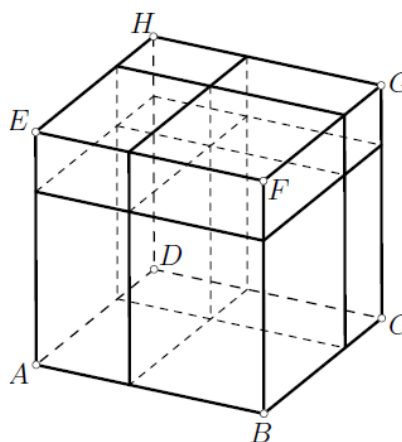
Aufgabe 3: Oberfläche

Ein Quader $Q = ABCDEFGH$ setzt sich lückenlos aus acht Teilquadern zusammen, sodass jeder Teilquader nur einen Eckpunkt von Q enthält (Abbildung A3). Von sieben der acht Teilquader ist der in cm^2 gemessene Oberflächeninhalt bekannt:

$$O_A = 62, O_B = 190, O_C = 220, O_E = 72, O_F = 216, O_G = 248 \text{ und } O_H = 88.$$

Dabei bezeichnet O_P den Inhalt der Oberfläche des Quaders Q_P , der den Eckpunkt P des ursprünglichen Quaders Q enthält.

Man berechne den Oberflächeninhalt O_D des in der Skizze verdeckten achten Quaders.



A 3

Hinweis: Zur Oberfläche der Teilquader gehören auch die verborgenen Flächen, also diejenigen, die nicht zur Oberfläche von Q gehören.

Auf der Rückseite geht es weiter.