

# **16. Mathematik-Wettbewerb 2019/2020** für die Oberstufe

**Abgabeschluss: Freitag, 27.09.2019**

**Den Platzierten winken:**  
Siegerurkunden, Sachpreise,  
Vorentscheidung für die Teilnahme an der Landesolympiade Mathematik

## Teilnahmebedingungen

Teilnahmeberechtigt sind alle Schülerinnen und Schüler der Oberstufe an Gymnasien und Gesamtschulen im Rhein-Kreis Neuss.

- Für jede Aufgabe ist ein gesondertes Blatt zu verwenden.
- Auf jedem Blatt ist der Name deutlich lesbar einzutragen.
- Am linken Blattrand ist ein Rand von 4 cm für Korrekturen freizuhalten.
- Jede Einsendung muss mit der unterschriebenen Erklärung versehen sein, dass alle Aufgaben selbstständig gelöst wurden.
- Werden alle Aufgaben gelöst, werden die drei besten bei der Auswertung berücksichtigt.
- Einer Veröffentlichung des Namens in der Presse wird zugestimmt.

Bei der Bewertung der Lösungen wird darauf geachtet, dass wesentliche Zwischenschritte aufgeführt und begründet werden. Die Angabe eines Zahlenwertes allein genügt **nicht** als Lösung. Schwer lesbare Arbeiten können von der Bewertung ausgeschlossen werden.

Nach Korrektur und Auswertung werden die erfolgreichen Schülerinnen und Schüler der ersten Runde den Schulen mitgeteilt und zu einer Klausur (Samstag, 16.11.2019) eingeladen, in der dann die Preisträger ermittelt werden.

Die eingereichten Arbeiten gehen in das Eigentum des Wettbewerbs über, die Rückgabe der korrigierten Arbeiten ist ausgeschlossen. Daher empfiehlt es sich, vor Abgabe eine Kopie anzufertigen.

Die Korrekturentscheidung ist endgültig und unterliegt nicht dem Rechtsweg.

Die Entscheidung über das Abschneiden des Teilnehmers bedarf keiner Begründung gegenüber dem Teilnehmer oder seinen Erziehungsberechtigten. Den Teilnehmern werden die an sie vergebenen Punkte **nicht** mitgeteilt.

Die Zuschriften (Umschlag DIN A 4) können bei der Kreisverwaltung Neuss im Servicecenter des Kreishauses Neuss, Oberstraße 91, abgegeben oder ausreichend frankiert eingesandt werden.

**Viel Erfolg!**

## Abgabe der Lösungen

Bitte füllen Sie den nachstehenden Abschnitt in **DRUCKBUCHSTABEN** aus und senden diesen mit der Lösung an den Rhein-Kreis Neuss, Amt für Schulen und Kultur, Kennwort "Mathematik-Wettbewerb", Oberstraße 91, 41460 Neuss. Oder Sie geben die Unterlagen einfach im Servicecenter des Kreishauses Neuss, Oberstraße 91, ab. **Abgabeschluss: 27.09.2019**

**Absender:**

Name:

Vorname:

Straße:

PLZ / Ort

**E-Mail:**

**Schule:**

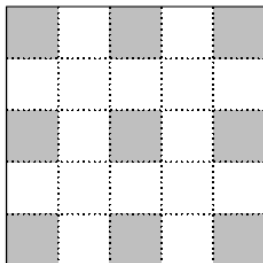
Klasse:

In der Regel erfolgen alle weiteren Informationen zum Wettbewerb per E-Mail.

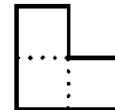
**Aufgabe 1: L-Steine**

In Abbildung A591014 a ist ein Quadrat aus 25 Feldern gegeben. Diese Figur soll mit (zueinander kongruenten) L-Steinen ausgelegt werden, wobei ein spezielles Feld vorher entfernt wird.

Ein L-Stein besteht aus drei in L-Form angeordneten quadratischen Feldern (siehe Abbildung A591014 b).



A 591014 a



A 591014 b

- a) Aus dem Quadrat wird eines der grauen Felder entfernt. Zeigen Sie, dass sich die aus den verbleibenden 24 Feldern bestehende Figur mit 8 L-Steinen legen lässt.
- b) Aus dem Quadrat wird eines der weißen Felder entfernt. Zeigen Sie, dass sich die aus den verbleibenden 24 Feldern bestehende Figur nicht mit 8 L-Steinen legen lässt.

**Aufgabe 2:**

Gegeben ist die Funktion  $f$ , die für reelle Zahlen  $x$  mit  $|x| \leq 3$  durch die Gleichung  $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$  definiert ist.

- a) Eine zweite Funktion  $g$  wird durch  $g(x) = 2 - \sqrt{9 - x^2}$  definiert.  
Man untersuche, ob die Graphen von  $f$  und  $g$  gemeinsame Punkte besitzen, und berechne gegebenenfalls deren Koordinaten.
- b) Es sei  $a$  eine reelle Zahl. Die Funktion  $g_a$  wird für  $-3 \leq x \leq 3$  durch die Gleichung  $g_a(x) = a - \sqrt{9 - x^2}$  definiert.  
Man untersuche in Abhängigkeit von  $a$ , ob der Graph von  $f$  und der Graph von  $g_a$  gemeinsame Punkte besitzen, und berechne gegebenenfalls deren Koordinaten.

**Aufgabe 3:**

Ein Quadrat  $ABCD$  wird durch eine Gerade  $g$  in zwei Teile mit gleichem Flächeninhalt zerlegt. Man beweise, dass dann der Diagonalschnittpunkt  $M$  des Quadrats  $ABCD$  auf der Geraden  $g$  liegt.

**Aufgabe 4:**

Man beweise, dass es keine ganzen Zahlen  $x$  und  $y$  gibt, die die Gleichung

$$20x^2 - 19y^2 = 2019$$

erfüllen.