

15. Mathematik-Wettbewerb 2018/2019 für die Oberstufe

Abgabeschluss: Freitag, 28.09.2018

Den Platzierten winken:
Siegerurkunden, Sachpreise,
Vorentscheidung für die Teilnahme an der Landesolympiade Mathematik

Teilnahmebedingungen

Teilnahmeberechtigt sind alle Schülerinnen und Schüler der Oberstufen des Rhein-Kreises Neuss.

- Für jede Aufgabe ist ein gesondertes Blatt zu verwenden.
- Auf jedem Blatt ist der Name deutlich lesbar einzutragen.
- Am linken Blattrand ist ein Rand von 4 cm für Korrekturen freizuhalten.
- Jede Einsendung muss mit der unterschriebenen Erklärung versehen sein, dass alle Aufgaben selbstständig gelöst wurden.
- Werden alle Aufgaben gelöst, werden die drei besten bei der Auswertung berücksichtigt.
- Einer Veröffentlichung des Namens in der Presse wird zugestimmt.

Bei der Bewertung der Lösungen wird darauf geachtet, dass wesentliche Zwischenschritte aufgeführt und begründet werden. Die Angabe eines Zahlenwertes allein genügt **nicht** als Lösung. Schwer lesbare Arbeiten können von der Bewertung ausgeschlossen werden.

Nach Korrektur und Auswertung werden die erfolgreichen Schülerinnen und Schüler der ersten Runde den Schulen mitgeteilt und zu einer Klausur (Samstag, 17.11.2018) eingeladen, in der dann die Preisträger ermittelt werden.

Die eingereichten Arbeiten gehen in das Eigentum des Wettbewerbs über, die Rückgabe der korrigierten Arbeiten ist ausgeschlossen. Daher empfiehlt es sich, vor Abgabe eine Kopie anzufertigen.

Die Korrekturentscheidung ist endgültig und unterliegt nicht dem Rechtsweg.

Die Entscheidung über das Abschneiden des Teilnehmers bedarf keiner Begründung gegenüber dem Teilnehmer oder seinen Erziehungsberechtigten. Den Teilnehmern werden die an sie vergebenen Punkte **nicht** mitgeteilt.

Die Zuschriften (Umschlag DIN A 4) können bei der Kreisverwaltung Neuss im Servicecenter des Kreishauses Neuss, Oberstraße 91, abgegeben oder ausreichend frankiert eingesandt werden.

Viel Erfolg!

Abgabe der Lösungen

Bitte füllen Sie den nachstehenden Abschnitt in **DRUCKBUCHSTABEN** aus und senden diesen mit der Lösung an den Rhein-Kreis Neuss, Amt für Schulen und Kultur, Kennwort "Mathematik-Wettbewerb", Oberstraße 91, 41460 Neuss. Oder Sie geben die Unterlagen einfach im Servicecenter des Kreishauses Neuss, Oberstraße 91, ab. **Abgabeschluss: 28.09.2018**

Absender:

Name:

Vorname:

Straße:

PLZ / Ort

E-Mail:

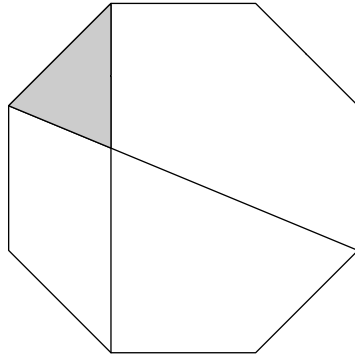
Schule:

Klasse:

In der Regel erfolgen alle weiteren Informationen zum Wettbewerb per E-Mail.

Oberstufenaufgaben

Aufgabe 1



In einem regelmäßigen Achteck wird, wie in der Abbildung dargestellt, durch zwei Diagonalen und eine Seite ein grau markiertes Dreieck begrenzt. Bestimme die Größen der Innenwinkel dieses Dreiecks.

Hinweis: Alle gesuchten Größen sind mit geometrischen Argumenten exakt zu bestimmen. Messungen mit Lineal oder Geodreieck sind dafür nicht zulässig.

Aufgabe 2

Die Zahlenfolge a_1, a_2, a_3, \dots sei definiert durch

$$a_1 = 0 \text{ und } a_{n+1} = a_n + 1 + \sqrt{4a_n + 4} \text{ für } n \in \mathbb{N}, n \geq 1.$$

- a) Berechnen Sie die neun Folgenglieder a_1, a_2, \dots, a_9 .
- b) Versuchen Sie aus den Resultaten des Aufgabenteils a) eine möglichst einfache, explizite Formel für a_n abzuleiten. Formulieren Sie Ihr Resultat als eine Vermutung. Welcher Wert ist für die Zahl a_{2018} zu vermuten?
- c) Zeigen Sie, dass Ihre Formel für a_n tatsächlich den beiden Bedingungen $a_1 = 0$ und $a_{n+1} = a_n + 1 + \sqrt{4a_n + 4}$ genügt.

Beispiel: Die Zahlenfolge $3, 5, 9, 17, \dots$ bzw. $a_1 = 3, a_2 = 5, a_3 = 9, a_4 = 17, \dots$ wird mit dem Bildungsgesetz

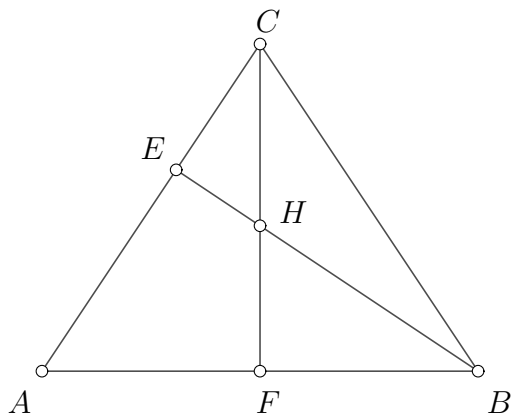
$$a_1 = 3 \text{ und } a_{n+1} = 2 \cdot a_n - 1 \text{ für } n \in \mathbb{N}, n \geq 1$$

berechnet, also $a_2 = 2 \cdot a_1 - 1 = 2 \cdot 3 - 1 = 5$, $a_3 = 2 \cdot a_2 - 1 = 2 \cdot 5 - 1 = 9$ usw. Man erhält dieselbe Zahlenfolge mit Hilfe der expliziten Vorschrift $a_n = 2^n + 1$ für $n \in \mathbb{N}, n \geq 1$.

Aufgabe 3

Ein Dreieck ABC sei spitzwinklig und gleichschenkelig mit $|BC| = |CA|$. Die Fußpunkte der Höhen von B und C auf die jeweils gegenüberliegenden Dreiecksseiten \overline{CA} und \overline{AB} werden mit E beziehungsweise F bezeichnet. Der Schnittpunkt der Höhen \overline{CF} und \overline{BE} sei H , vgl. Abbildung .

Wie groß ist der Flächeninhalt des Vierecks $HEAF$, wenn die Längen $|CE| = 5$ und $|EA| = 8$ bekannt sind?



Aufgabe 4

Man bestimme die kleinstmögliche Quersumme einer durch 37 teilbaren positiven ganzen Zahl.